Logica

La logica serve a rappresentare conoscenza nota (assiomi), in un opportuno linguaggio formale, e derivare (inferire) nuove formule (teoremi)

Gli agenti logici applicano inferenze a una base di conoscenza per derivare nuove informazioni.

Concetti base della logica:

* **Sintassi**: struttura formale delle sentenze (frasi)
* **Semantica**: verità di sentenze rispetto ad interpretazioni/modelli
* **Conseguenza logica** (entailment): sentenza necessariamente vera data un’altra sentenza
* **Inferenza**: derivare (sintatticamente) sentenze da altre sentenze
* **Correttezza** (soundness): la derivazione produce solo sentenze che sono conseguenza logica
* **Completezza** (completeness): la derivazione può produrre tutte le conseguenze logiche

Si suddivide in due classi principali: **logica proposizionale** e **logica dei predicati**

Logica dei predicati

* **Costanti**: singole entità del dominio del discorso. Es. maria, giovanna → iniziale minuscola
* **Variabili**: entità non note del dominio. Es. X, Y → iniziale maiuscola
* **Funzioni n-arie**: individua univocamente un oggetto del dominio del discorso mediante una relazione tra altri n oggetti del dominio. Es. madre(maria)
* **Predicati n-ari**: generica relazione (che può essere vera o falsa) tra n oggetti del dominio del discorso. Es. parente(giovanna,maria)
* **Termine** (definito ricorsivamente): una variabile, una costante è un termine; se f è un simbolo di funzione n-aria e t1,...tn sono termini, allora f(t1,...,tn) è un termine. Es. maria, f(X)
* **Atomo** o formula atomica: l’applicazione di un simbolo di predicato n-ario p a n termini t1,...,tn: p(t1,..,tn). Es. parente(giovanna,maria)

**Formule ben formate** (fbf): frasi sintatticamente corrette del linguaggio. Si ottengono attraverso combinazione di formule atomiche, utilizzando i connettivi e i quantificatori. Sono definite ricorsivamente come segue:

* ogni atomo è una fbf
* se A e B sono fbf, allora lo sono anche ~A, AvB, A∧B, A→B, A⇔B
* se A è una fbf e X è una variabile, "∀X A e ƎX A sono fbf

**Disjunctive prenex normal form**): disgiunzione di una o più fbf composte da congiunzioni di letterali **OR di AND**

**Conjunctive prenex normal form**): congiunzione di una o più fbf composte da disgiunzioni di letterali **AND di OR**

**Campo di azione** (scope) di un quantificatore: fbf che lo segue immediatamente. Nel caso di ambiguità si utilizzano le parentesi tonde

**Variabili libere**: variabili che non compaiono all'interno del campo di azione di un quantificatore

**Formule chiuse**: fbf che non contengono alcuna variabile libera

**Formule ground**: formule che non contengono variabili

**Varianti**: una formula F2, ottenuta rinominando le variabili di una formula F1, è detta variante di F1.

Valore di verità di una FBF

**Formula atomica ground** ha valore vero sotto un'interpretazione quando il corrispondente predicato è soddisfatto (cioè quando la corrispondente relazione è vera nel dominio). La formula atomica ha valore falso quando il corrispondente predicato non è soddisfatto.

**Formula composta** il valore di verità di una formula composta rispetto a un’interpretazione si ottiene da quello delle sue componenti utilizzando le tavole di verità dei connettivi logici

**Formula quantificata esistenzialmente**: una formula del tipo ∃X F è vera in un’interpretazione I se esiste almeno un elemento d del dominio D tale che la formula F', ottenuta assegnando d alla variabile X, è vera in I. In caso contrario F ha valore falso.

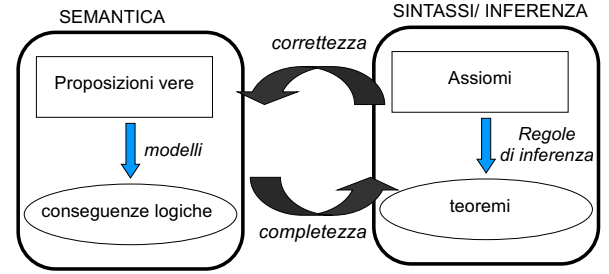
**Formula quantificata universalmente**: una formula del tipo ∀X F è vera in un’interpretazione I se per ogni elemento d del dominio D, la formula F', ottenuta da F sostituendo d alla variabile X, è vera in I. Altrimenti F ha valore falso.

Data una interpretazione I e una fbf chiusa F, **I è un modello per F** ⇔ F è vera in I.

Una fbf è **soddisfacibile** ⇔ è vera almeno in una interpretazione, ovvero se esiste almeno un modello per essa.

**Un insieme di formule chiuse del primo ordine S è soddisfacibile** se esiste una interpretazione I che soddisfa tutte le formule di S (cioè che è un modello per ciascuna formula di S). Tale interpretazione è detta modello di S.

**Una formula F segue logicamente** (o è conseguenza logica) **da un insieme di formule S** (e si scrive S |= F), se e solo se ogni interpretazione I che è un modello per S, è un modello per F.



Teorie del primo ordine

**Calcolo proposizionale**: verifica di formula/e vera/e tramite le tavole di verità

**Calcolo dei predicati del primo ordine**: tavole di verità troppo complesse. Dominio di interpretazione estremamente grande, se non infinito. Si ricorre al metodo assiomatico (noto come proof theory, le regole di inferenza sono Modus Ponens e Specializzazione).

La logica (e il suo calcolo) dei predicati del primo ordine può essere formulata come **teoria assiomatico- deduttivo**.

Semplificazioni:

* A⋀B equivale a ~(A → (~B))
* A⋁B equivale a (~A) → B
* A ≡ B equivale a (A → B) ⋀ (B → A)
* ƎX A abbrevia ~(∀X ~A)
* ∀X A abbrevia ~(ƎX ~A)

Modus Ponens (MP): A, A→B / B

che deriva da due formule del tipo A e A→B la nuova formula B

Specializzazione (Spec): ∀X A / A(t)

Da una formula quantificata universalmente è possibile derivare una formula identica all’originale in cui la variabile X è sostituita da un elemento del dominio del discorso (costante e funzione).